

II.1 Модель процессов выполнения функций системой в условиях ненадежности комплекслируемых компонентов

С точки зрения надежности выполнения функций система, подсистемы и их компоненты в течение любого заданного периода Θ могут быть либо в работоспособном (исправном), либо в неработоспособном (неисправном) состоянии. При формализации исследуемых процессов будем полагать, что работоспособное состояние отождествляется с состоянием «система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода Θ ». Период, связанный с устранением отказов системы, назовем периодом ее восстановления, а состояние системы в это время охарактеризуем, как «система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ ». Рассмотрим систему, состоящую из одного элемента, тогда оба упомянутых состояния образуют пространство элементарных событий для случайной величины, характеризующей состояние системы, $\xi_{над.}(t)$, т.е.

$$\xi_{над.}(t) = \begin{cases} \text{«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода } \Theta\text{», если до начала} \\ \text{и в течение заданного периода } \Theta, \text{ начавшегося в момент } t, \text{ система пребывает в} \\ \text{работоспособном состоянии;} \\ \text{«система не обеспечивает выполнения функций в течение периода } \Theta\text{», если в момент } t \text{ начала} \\ \text{периода } \Theta \text{ система находится в неработоспособном состоянии или в течение периода } \Theta \\ \text{произошел отказ, в результате чего система перейдет в неработоспособное состояние и} \\ \text{требует восстановления.} \end{cases}$$

Возможны следующие три варианта (см. рис. II.1):

- момент t начала заданного периода Θ застиг систему в работоспособном состоянии, и за время Θ не произошло отказа системы (под отказом понимается переход системы в неработоспособное состояние), в этом случае функционирование системы характеризуется состоянием «система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода Θ » и происходит событие надежного выполнения функций, в т.ч. представления запрашиваемой информации пользователю;
- в течение периода Θ зафиксирован переход системы из работоспособного состояния в неработоспособное, в этом случае происходит событие отказа, т.е. «система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ »;
- система не способна к выполнению функций, так как находится в момент t в неработоспособном состоянии. В этом случае также реализуется событие «система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ ».

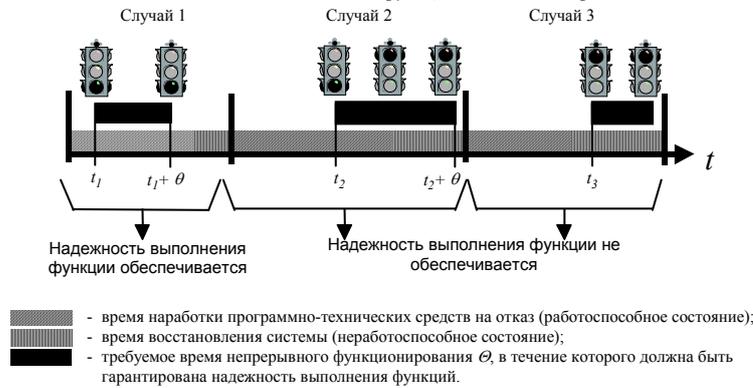


Рис. II.1. Иллюстрация случаев надежного выполнения и невыполнения функций в течение заданного периода Θ

На базе введенной формализации для оценки надежности выполнения функций предлагается следующее утверждение II.1.

Утверждение II.1. При условии существования стационарных распределений времени наработки системы на отказ, времени восстановления системы после отказа и заданного периода непрерывного безотказного функционирования системы и их независимости предельная вероятность надежного выполнения функций $P_{над.}$ существует и равна:

$$P_{над.} = \int_0^{\infty} \left\{ \int_t^{\infty} V(\tau - t) dN(\tau) \right\} dt / \int_0^{\infty} td[N * W(t)], \quad (II.1.1)$$

где $N(t)$ — функция распределения (ФР) времени наработки системы на отказ ($T_{нар.нк}$ — среднее для k -го элемента n -й подсистемы);

$W(t)$ — ФР времени восстановления системы, $T_{восст.}$ — среднее;

$V(t)$ — ФР задаваемого периода Θ непрерывного безотказного функционирования системы, $T_{зад.}$ — среднее;

* — знак свертки.

Доказательство. Доказательство проведем на основе применения предельной теоремы для регенерирующих процессов [7,8]. Рассмотрим случайный процесс $\xi(t)$, характеризующий состояние системы для выполнения требуемых функций с точки зрения пользователя. Построим этот процесс следующим образом:

$$\xi(t) = \begin{cases} \xi_1(t) & \text{при } 0 \leq t_1 < z_1, \\ \xi_2(t) & \text{при } z_1 \leq t < z_1 + z_2, \\ \dots & \dots \\ \xi_k(t) & \text{при } t_{k-1} \leq t < t_k, \end{cases}$$

где $t_0=0$, $t_k=z_1+z_2+\dots+z_k$, $k \geq 1$;

z_k — случайная величина, определяющая интервал времени между $(k-1)$ -м и k -м последовательными переходами в работоспособное состояние после $(k-1)$ -го восстановления и имеющая ФР $N * W(t)$;

$\xi_k(t)$ — случайный процесс, определенный на k -м интервале и принимающий на нем те же значения, что и $\xi_{над.}(t)$.

Определенный таким образом процесс $\xi(t)$ является регенерирующим, моменты t_k — моментами регенерации, а пара (z_k, t_k) — циклами регенерации. Рассмотрим функцию $\mu(t) = P\{\xi(t) = \text{«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода } \Theta\text{», } z_k > t\}$, определяющую вероятность того, что на k -м цикле будет обеспечено надежное выполнение функций в течение заданного периода Θ , начавшегося в момент t . На основе анализа возможных событий внутри цикла регенерации имеем:

$$\mu(t) = \int_t^{\infty} V(\tau - t) dN(\tau).$$

где выражение $dN(\tau)$ означает, что переход системы в неработоспособное состояние произойдет в момент $\tau > t$, а $V(\tau - t)$ означает, что завершение требуемого периода непрерывного безотказного функционирования системы Θ произойдет до момента τ .

Рассмотрим функцию $M(t) = \int_0^t \mu(t - x) dR^{*n}(x)$, где $R^{*n}(t), n \geq 0$ – это n -я свертка ФП $R(t) = N * W(t)$.

Функция $M(t)$ непосредственно интегрируема по Риману на $[0, \infty)$ при $n=0$, поскольку $M(t) = \mu(t)$. Это условие является необходимым и достаточным для применения предельной теоремы для регенерирующих процессов, согласно которой

$$P_{над.} = \lim_{t \rightarrow \infty} P \left\{ \begin{array}{l} \xi(t) = \text{"система обеспечивает надежное} \\ \text{выполнение функций в течение периода } \Theta", z_k > t \end{array} \right\} = \int_0^{\infty} \mu(t) dt / \int_0^{\infty} t d[N * W(t)].$$

Тем самым доказательство утверждения завершено.

В программных инструментариях, описанных в монографии, реализованы варианты:

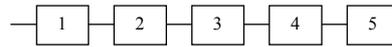
а) $V(t) = \begin{cases} 0, & t \leq T_{зад.}, \\ 1, & t > T_{зад.} \end{cases}$ для строго постоянной длительности периода Θ , равного $T_{зад.}$, расчетные значения вероятности

обозначаются как $P_{над.строг.}$, графики отображаются оттенками зеленого цвета;

б) $V(t) = 1 - \exp(-t/T_{зад.})$ для строго не фиксированной длительности периода Θ , равной в среднем $T_{зад.}$, расчетные значения вероятности обозначаются как $P_{над.нестрог.}$, графики отображаются оттенками бордового цвета;

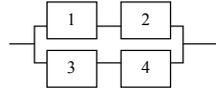
в) $W(t) = 1 - \exp(-t/T_{восст.})$.

Сворачивание сложной структуры компонентов в структуру из одного элемента осуществляется традиционными методами. Так, поскольку время наработки на отказ каждого из компонентов распределено по экспоненциальному закону, в результате для системы из пяти подсистем типа



$$N(t) = 1 - \exp \left(-t \left(\frac{1}{T_{нар.11}} + \frac{1}{T_{нар.21}} + \frac{1}{T_{нар.31}} + \frac{1}{T_{нар.41}} + \frac{1}{T_{нар.51}} \right) \right),$$

а для системы типа



$$N(t) = 1 - \exp \left(-t \left(\frac{1}{T_{нар.1}} + \frac{1}{T_{нар.2}} \right) \right) - \exp \left(-t \left(\frac{1}{T_{нар.3}} + \frac{1}{T_{нар.4}} \right) \right) + \exp \left(-t \left(\frac{1}{T_{нар.1}} + \frac{1}{T_{нар.2}} + \frac{1}{T_{нар.3}} + \frac{1}{T_{нар.4}} \right) \right).$$

Явные аналитические формулы, реализованные в программных комплексах, получаются на основе интегрирования (по Лебегу) обычными методами выражения (П.1.1) и свертки сложной моделируемой схемы системы в структуру из одного элемента. Необходимые для моделирования пределы исходных значений $T_{нар.}, T_{вос.}$ определяют в результате натуральных испытаний, экспериментов, дополнительного моделирования и/или путем сравнения с аналогами, значения $T_{зад.}$ задают в техническом задании (ТЗ) на разработку системы или в постановках функциональных задач.