П. 1 Модель процессов выполнения функций системой в условиях ненадежности комплексируемых компонентов

С точки зрения надежности выполнения функций система, подсистемы и их компоненты в течение любого заданного периода Θ могут быть либо в работоспособном (исправном), либо в неработоспособном (неисправном) состоянии. При формализации исследуемых процессов будем полагать, что работоспособное состояние отождествляется с состоянием *«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода Θ»*. Период, связанный с устранением отказов системы, назовем периодом ее восстановления, а состояние системы в это время охарактеризуем, как *«система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ»*. Рассмотрим систему, состоящую из одного элемента, тогда оба упомянутых состояния образуют пространство элементарных событий для случайной величины, характеризующей состояние системы, $\xi_{над.}(t)$, т.е.

$$\xi_{над.}(t)=\begin{cases}\text{«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода } \Theta\text{», если до начала}\\ \text{и в течение заданного периода } \Theta\text{, начавшегося в момент } t\text{, система пребывает в}\\ \text{работоспособном состоянии;}\\ \text{«система не обеспечивает выполнения функций в течение периода } \Theta\text{», если в момент } t \text{ начала}\\ \text{периода } \Theta \text{ система находится в неработоспособном состоянии или в течение периода } \Theta\\ \text{произошел отказ, в результате чего система перейдет в неработоспособное состояние и}\\ \text{требует восстановления.}\end{cases}$$

Возможны следующие три варианта (см. рис. П.1):

а) момент t начала заданного периода Θ застиг систему в работоспособном состоянии, и за время Θ не произошло отказа системы (под отказом понимается переход системы в неработоспособное состояние), в этом случае функционирование системы характеризуется состоянием *«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода Θ»* и происходит событие надежного выполнения функций, в т.ч. представления запрашиваемой информации пользователю;

б) в течение периода Θ зафиксирован переход системы из работоспособного состояния в неработоспособное, в этом случае происходит событие отказа, т.е. *«система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ»*;

в) система не способна к выполнению функций, так как находится в момент t в неработоспособном состоянии. В этом случае также реализуется событие *«система не обеспечивает выполнения функций в течение периода Θ»*.

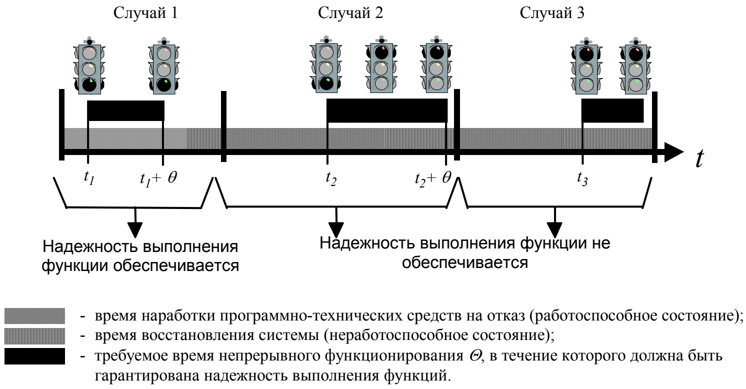


Рис. П.1. Иллюстрация случаев надежного выполнения и невыполнения функций в течение заданного периода Θ

На базе введенной формализации для оценки надежности выполнения функций предлагается следующее утверждение П.1.

Утверждение П.1. При условии существования стационарных распределений времени наработки системы на отказ, времени восстановления системы после отказа и заданного периода непрерывного безотказного функционирования системы и их независимости предельная вероятность надежного выполнения функций $P_{над.}$ существует и равна:

$$P_{над.}=\int_0^\infty\left\{\int_t^\infty V(\tau - t)dN(\tau)\right\}dt\Big/\int_0^\infty td\left[N*W(t)\right], \quad (П.1.1)$$

где $N(t)$ — функция распределения (ФР) времени наработки системы на отказ ($T_{нар.nk}$ – среднее для k-го элемента n-й подсистемы);

$W(t)$ — ФР времени восстановления системы, $T_{восст.}$ – среднее;

$V(t)$ — ФР задаваемого периода Θ непрерывного безотказного функционирования системы, $T_{зад.}$ – среднее;

$*$ — знак свертки.

Доказательство. Доказательство проведем на основе применения предельной теоремы для регенерирующих процессов [7,8]. Рассмотрим случайный процесс $\xi(t)$, характеризующий состояние системы для выполнения требуемых функций с точки зрения пользователя. Построим этот процесс следующим образом:

$$\xi(t)=\begin{cases}\xi_1(t) \text{ при } 0\le t_1<z_1,\\ \xi_2(t) \text{ при } z_1\le t<z_1+z_2,\\ \dots\\ \xi_k(t) \text{ при } t_{k-1}\le t<t_k,\end{cases}$$

где $t_0=0,\ t_k=z_1+z_2+\ldots+z_k,\ k\ge 1$;

z_k – случайная величина, определяющая интервал времени между (k-1)-м и k-м последовательными переходами в работоспособное состояние после (k-1)-го восстановления и имеющая ФР $N*W(t)$;

$\xi_k(t)$ – случайный процесс, определенный на k-м интервале и принимающий на нем те же значения, что и $\xi_{над.}(t)$.

Определенный таким образом процесс $\xi(t)$ является регенерирующим, моменты t_k – моментами регенерации, а пара (z_k, t_k) – циклами регенерации. Рассмотрим функцию $\mu(t)=P\{\xi(t)=$*«система обеспечивает надежное выполнение функций в течение периода Θ»*, $z_k>t\}$, определяющую вероятность того, что на k-м цикле будет обеспечено надежное выполнение функций в течение заданного периода Θ, начавшегося в момент t. На основе анализа возможных событий внутри цикла регенерации имеем:

$$\mu(t)=\int_t^{\infty} V(\tau-t)\,dN(\tau).$$

где выражение $dN(\tau)$ означает, что переход системы в неработоспособное состояние произойдет в момент $\tau>t$, а $V(\tau\text{-}t)$ означает, что завершение требуемого периода непрерывного безотказного функционирования системы Θ произойдет до момента τ.

Рассмотрим функцию $M(t)=\int_0^t \mu(t-x)\,d\,R^{*n}(x),$ где $R^{*n}(t)$, $n\geq 0$ – это n-я свертка ФР $R(t)=N*W(t)$.

Функция $M(t)$ непосредственно интегрируема по Риману на $[0, \infty)$ при n=0, поскольку $M(t)=\mu(t)$. Это условие является необходимым и достаточным для применения предельной теоремы для регенерирующих процессов, согласно которой

$$P_{над.}=\lim_{t\to\infty} P\left\{\begin{matrix}\xi(t)=\text{"система обеспечивает надежное}\\ \text{выполнение функций в течение периода }\Theta\text{"}, z_k>t\end{matrix}\right\}=$$

$$=\int_0^{\infty}\mu(t)\,dt\Big/\int_0^{\infty} t\,d\big[N*W(t)\big].$$

Тем самым *доказательство утверждения завершено*.

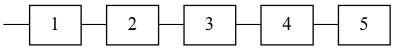
В программных инструментариях, описанных в монографии, реализованы варианты:

$a)\ V(t)=\begin{cases}0, t\leq T_{зад.},\\ 1, t>T_{зад.}\end{cases}$ для строго постоянной длительности периода Θ, равного $T_{зад.}$, расчетные значения вероятности обозначаются как $P_{над.строг.}$, графики отображаются оттенками зеленого цвета;

б) $V(t)=1\text{-}exp(\text{-}t/T_{зад.})$ для строго не фиксированной длительности периода Θ, равной в среднем $T_{зад.}$, расчетные значения вероятности обозначаются как $P_{над.нестрог.}$, графики отображаются оттенками бордового цвета;

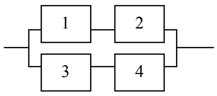
в) $W(t)=1\text{-}exp(\text{-}t/T_{восст.})$.

Сворачивание сложной структуры компонентов в структуру из одного элемента осуществляется традиционными методами. Так, поскольку время наработки на отказ каждого из компонентов распределено по экспоненциальному закону, в результате для системы из пяти подсистем типа



$$N(t)=1-\exp\left(-t\left(\frac{1}{T_{нар.11}}+\frac{1}{T_{нар.21}}+\frac{1}{T_{нар.31}}+\frac{1}{T_{нар.41}}+\frac{1}{T_{нар.51}}\right)\right),$$

а для системы типа



$$N(t)=1-\exp\left(-t\left(\frac{1}{T_{нар.1}}+\frac{1}{T_{нар..2}}\right)\right)-\exp\left(-t\left(\frac{1}{T_{нар.3}}+\frac{1}{T_{нар.4}}\right)\right)+$$

$$+\exp\left(-t\left(\frac{1}{T_{нар.1}}+\frac{1}{T_{нар.2}}+\frac{1}{T_{нар.1}}+\frac{1}{T_{нар.2}}\right)\right).$$

Явные аналитические формулы, реализованные в программных комплексах, получаются на основе интегрирования (по Лебегу) обычными методами выражения (П.1.1) и свертки сложной моделируемой схемы системы в структуру из одного элемента.

Необходимые для моделирования пределы исходных значений $T_{нар}$, $T_{вос}$ определяют в результате натурных испытаний, экспериментов, дополнительного моделирования и/или путем сравнения с аналогами, значения $T_{зад}$ задают в техническом задании (ТЗ) на разработку системы или в постановках функциональных задач.